

Fallstricke bei Ausgleichsrechnungen höherer Ordnung

Ich möchte hier noch einen sehr wichtigen Punkt ansprechen, der prinzipiell bei solchen Ausgleichsrechnungen, wie z.B. der Bestimmung von Plattenkonstanten auftreten kann, damit niemand in diese Falle tappt:

Wenn man mit höheren Ordnungen arbeitet, sollte man den Grad, in Abhängigkeit von der Sternanzahl, nicht zu hoch wählen, sonst wird der Fit wieder schlechter. (u.U. drastisch!)

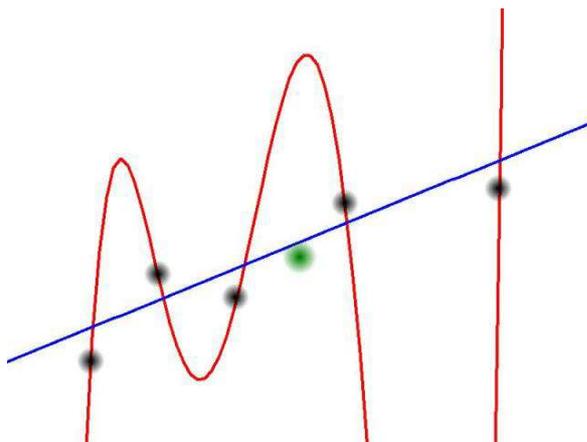
Ein Fit, der die vorhandenen Punkte gut reproduziert und somit kleine Fehlerquadrate ausgibt, liefert nicht notwendigerweise gute Ergebnisse bei der Vorhersage!

Das ist mir aufgefallen, als ich 28 Sterne testweise in 6. Ordnung gefittet habe. Die Fehler wurden bei allen 28 Sternen zu Null, aber der Fit war mies, wenn er an einem weiteren Stern getestet wurde. Warum?

Weil die 28 Sterne das PK-Gleichungssystem sechster Ordnung *exakt* lösen. Man erhält also zwangsläufig eine Lösung ohne Fehlerabweichung. Man könnte in diesem Fall auch 28 *beliebige* Sterne nehmen und die Fehler würden auch für diese zu Null! Das ist natürlich keine brauchbare Ausgleichsrechnung mehr.

Zum Vergleich: Wenn ich mehrere Punkte habe, die alle leicht um eine Gerade streuen, dann erhalte ich mit einem linearen Ansatz eine brauchbare Ausgleichsgerade. Wenn ich aber für n Punkte ein Polynom n -ter Ordnung hernehme, dann löst das zwar das Problem für alle n Punkte exakt, aber ich erhalte keinen *sinnvollen* Fit. Mal ein Beispiel zur Illustration:

Die fünf schwarzen Datenpunkte sollen interpoliert werden.



Ein linearer Fit ergibt die blaue Kurve. Ein Fit fünfter Ordnung die rote. Die blaue Linie ist nur eine Näherung, die rote Kurve passt sich den fünf Punkten genau an.

Obwohl der Ansatz fünfter Ordnung die Gleichung exakt löst, ist er völlig unbrauchbar!

Man kann sich vorstellen, was für ein Unfug herauskommt, wenn ich die rote Kurve zur Vorhersage von weiteren Punkten heranziehe. Der grüne Punkt hat eine immense Abweichung von der roten Kurve. Viel besser lässt er sich von der blauen Linie reproduzieren, weil diese die *tatsächlichen Gegebenheiten* viel besser abbildet.

Es geht eben nicht in erster Linie darum, eine Funktion zu finden, die sich möglichst gut an die Datenpunkte anpasst, sondern vor allem um eine, die brauchbare Voraussagen liefert!

Jeder Fit ist immer nur so gut, wie die Realitätsnähe der zugrunde gelegten Gleichungen. Die Referenzdaten sind ja nicht zufällig zusammengewürfelt, sondern folgen einer Gesetzmäßigkeit, die es gilt zu reproduzieren um dann Vorhersagen treffen zu können.

Also nicht mit Kanonen auf Spatzen schießen, sondern einen Ansatz wählen, der dem Problem angemessen ist und versuchen mit zunächst möglichst wenigen Parametern auszukommen. Die Anzahl der Fitparameter in die Höhe zu schrauben, um die Genauigkeit zu erhöhen ist erst dann sinnvoll, wenn diese Gleichungen passen. Bei einem falschen Ansatz führt das zum Gegenteil. Die Brauchbarkeit des Ergebnisses wird immer schlechter.

Leider kann einen also der ausschließliche Blick auf die Fehlerabweichungen kräftig in die Irre führen. Das sieht man gut an obigem Beispiel. Führt man einen automatischen Fit 5.Ordnung durch, ohne das Bild anzusehen, so liefert der: „Keine Abweichungen. Fit 100%ig“ Das suggerieren einem, dass alles passt, was natürlich überhaupt nicht der Fall ist und möglicherweise hat man einen viel besseren Ansatz verworfen, nur weil er größere Fehlerquadrate hatte.

Aus diesem Grunde habe ich auch in das Programm mittlerweile eine entsprechende Begrenzung eingebaut. Die wählbare Ordnung ist nun durch die Anzahl der Eingabewerte nach unten begrenzt.